

**Е. В. Мокшин, Д. В. Бережной, Е. В. Биряльцев**  
*Казанский (Приволжский) федеральный университет,*  
*zhen-moks@yandex.ru, berezhnoi.dmitri@mail.ru*

## **“TIME REVERSE MODELING” В СРЕДЕ В УПРУГО-ВЯЗКОЙ СРЕДЕ**

В настоящей работе рассматривается методика конечно элементного расчета однородной среды с точечным источником, находящимся на некоторой глубине. Ставится обратная задача, целью которой является определение местоположения источника возмущения по результатам сейсмологических наблюдений на поверхности. Известны подходы к решению данной задачи, основанные на технологии реверсирования сигнала по времени [1]. Гаевский и Тессмер реализовали эту методику для сейсмического события, выполнив численное моделирование методом Фурье [2]. Затем Штейнер использовал технологию для упругой среды, учтя Р- и S-волны и проведя расчеты методом конечных разностей [3]. В рамках данной работы метод реверсирования сигналов по времени был применен в вязкоупругой среде. В качестве модели среды была принята модель Фойгта. Цель исследования — определить отличия между случаями модели с затуханием и без затухания. Было произведено численное моделирование процесса обнаружения точечного источника. Расчет проводился на основе метода конечных элементов по явной схеме. Для этого решались прямая и обратная задачи. В первой задаче в качестве источника возбуждения внутри модели прикладывалась сила в течение одного шага моделирования. Записывались значения скорости вертикальных и горизонтальных перемещений на верхней границе расчетной области. В обратной задаче полученные сигналы инвертиро-

вались по времени и использовались в качестве источников возбуждения, в месте расположения соответствующих приемников.

В вязко-упругой среде ослабление сигнала прямо пропорционально частоте. Для восстановления истинной частотной картины рассматривалось применение ряда приемов. Исследовались возможности изменения коэффициента затухания модели и применения специальных фильтров к зарегистрированным сигналам. Получена оценка влияния коэффициента затухания среды на размеры области локализации. Исследовалось три подхода.

В первом случае применялся отрицательный коэффициент затухания, что вызвало расхождение расчетной модели.

Во втором случае в обратном моделировании значение затухания соответствовало затуханию в прямой задаче. Было выявлено, что это ведет к размытию фокусируемой области.

В третьем подходе при моделировании обратной задачи значение коэффициента обнулялось. Это привело к сужению области локализации вокруг источника возмущения. Было рассмотрено применение полосового, низкочастотного, интегрирующего и дифференцирующего фильтров к исходным сигналам. Обнаружилось, что использование полосового фильтра ведет к росту постороннего шума, низкочастотный и интегрирующий фильтры увеличивают область локализации. Дифференцирующий фильтр способствует компенсации затухания сигнала и минимизации области локализации. По результатам выявлено, что технология "Time Reverse Modeling" в вязко-упругой среде с затуханием принципиально работоспособна. Оптимальная область локализации источника получается при использовании нулевого коэффициента затухания при обратном моделиро-

вании. Применение дифференцирующего фильтра уменьшает фокусируемую зону, и тем самым повышается точность нахождения местоположения источника.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Fink M. *Time reversed acoustics*. – М.: Physics Today, 1997. – 100 p.
2. Gajewski J., Зайцев Н. А. *Reverse modelling for seismic event characterization*. // *Geophys.* – 2005. – P. 276–284.

**Р. Г. Насибуллин**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
NasibullinRamil@gmail.com*

## НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ ХАРДИ

Пусть  $\Omega$  — открытое множество в  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 1$  ( $\Omega \neq \mathbb{R}^n$ ), и пусть  $C_0^1(\Omega)$  — семейство непрерывно дифференцируемых функций  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  с компактными носителями в  $\Omega$ . В [1] получены неравенства типа Харди, содержащие логарифмические особенности, связанные с функцией расстояния до границы  $\delta = \delta(x, \Omega) = \text{dist}(x, \partial\Omega)$ ,  $x \in \Omega$ . По аналогии с известными неравенствами из работ [2 – 4] нами получен ряд результатов для множеств  $\Omega$ , удовлетворяющих следующему ограничению:

$$\delta_0(\Omega) := \sup\{\delta(x, \Omega) : x \in \Omega\} < \infty.$$

Пусть  $1 \leq p < \infty$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha_k > 0$ ,  $\beta_k > 0$  и  $\alpha_i \beta_{k-i+1} = 1$ ,  $i \in [1, k]$ . Положим

$$l_1(t) = [\ln t]^{\alpha_1}, \quad l_2(t) = [\ln l_1(t)]^{\alpha_2},$$